

Koneksi Matematis Mahasiswa Kaitannya dengan *Folding Back* dalam Menyelesaian Masalah Kesamaan Dua Fungsi

Fitri Umardiyah^{1*}, Mashuda²

¹ Universitas KH. A. Wahab Hasbullah

Email: fitriumardiyah@unwaha.ac.id

² Universitas KH. A. Wahab Hasbullah

Email: mas_huda99@yahoo.com



©2018 –JoEMS Universitas KH. A. Wahab Hasbullah Jombang ini adalah artikel dengan akses terbuka dibawah lisensi CC BY-NC-4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

ABSTRACT

This research is to describe student's mathematical connection with "folding back" when solving the problem of the similarity between two functions. The research method uses a fixed comparison method. Subjects at this research is students who experienced folding back when solving two similarity problems. Data is the form of solving the problem and the results of the interview related to the settlement. Based on the results of the data analysis it was concluded: first, student's folding back from the level of understanding of formalising about the similarity of two functions to the level of understanding image making and connecting it with rational functions and linear functions. Students recognize the connection between the similarity of two functions with rational functions and linear functions but do not understand the interconnection of mathematical ideas and construct each other to produce a unity. Second, students remain at the level of understanding image making, recognizing the similarity between the two functions based on the form of function but not based on the similarity of definitions of two functions. Third, students can move from the level of understanding image making to the level of observing understanding to be able to distinguish two functions f and g because of invocative intervention. Students succeeds in making a connection between the similarity of two functions with the function value and understanding the concept of the similarity of two functions to be able to distinguish between the two functions f and g .

Keywords: *Matemathical Connection; Folding Back; Similarity of Two Function's Problem*

ABSTRAK

Penelitian bertujuan mendeskripsikan koneksi matematika kaitannya dengan folding back mahasiswa dalam menyelesaikan masalah kesamaan dua fungsi. Metode penelitian menggunakan metode perbandingan tetap. Subjek adalah mahasiswa yang mengalami folding back ketika menyelesaikan masalah kesamaan dua. Data penelitian berupa penyelesaian masalah kesamaan dua fungsi dan hasil wawancara berkaitan dengan penyelesaian tersebut. Berdasarkan hasil analisis data disimpulkan: pertama, mahasiswa folding back dari level pemahaman formalising tentang kesamaan dua fungsi ke level pemahaman image making dan mengoneksinnnya dengan fungsi rasional dan fungsi linear. Mahasiswa mengenali koneksi antara kesamaan dua fungsi dengan fungsi rasional dan fungsi linear tetapi tidak memahami interkoneksi ide matematika dan membangun satu sama lain untuk menghasilkan kesatuan yang utuh. Kedua, mahasiswa tetap di level pemahaman image making, mengenali kesamaan kedua fungsi hanya berdasarkan bentuk fungsi tetapi tidak berdasarkan definisi kesamaan dua fungsi. Ketiga, mahasiswa dapat bergerak dari level pemahaman image making ke level pemahaman observing untuk dapat membedakan dua fungsi f dan g karena adanya intervensi

invokatif. Mahasiswa berhasil membuat koneksi antara kesamaan dua fungsi dengan dengan nilai fungsi dan memahami konsep kesamaan dua fungsi untuk dapat membedakan kedua fungsi f dan g .

Kata Kunci: Koneksi Matematis; *Folding Back*; Masalah Kesamaan Dua Fungsi.

PENDAHULUAN

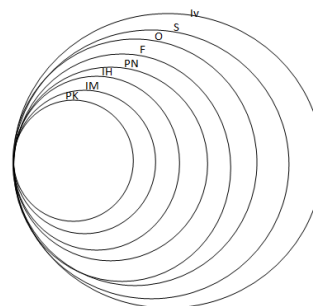
Penekanan kurikulum baru menitikberatkan diantaranya pada pentingnya pemecahan masalah, penalaran, komunikasi, koneksi, dan representasi (NCTM, 2000). Koneksi matematika merupakan salah satu standar penting dalam penyusunan kurikulum baru. NCTM (2000) telah merumuskan standar koneksi matematika yang terdiri dari: mengenali dan menggunakan koneksi antara ide matematika (AI), memahami interkoneksi ide matematika dan membangun satu sama lain untuk menghasilkan kesatuan yang utuh (KU), dan mengenali dan menerapkan matematika dalam konteks di luar matematika (LM).

Ketika mahasiswa dapat mengoneksikan ide-ide matematika, pemahaman mereka lebih dalam dan lebih kekal. Mereka dapat melihat koneksi matematika di interaksi yang kaya antara topik matematika, dalam konteks yang berhubungan dengan matematika untuk mata pelajaran lain, dan dalam kepentingan dan pengalaman mereka sendiri.

Koneksi matematika terjadi pada saat mahasiswa berhadapan dengan suatu permasalahan. Mahasiswa harus dapat melakukan koneksi antara topik tertentu dengan topik lainnya yang terkait. Koneksi tersebut akan menghasilkan pengetahuan matematika yang baru. Hal ini berkitat pada pertumbuhan pemahaman matematika mahasiswa.

Pirie & Kieren (1994) mengemukakan teori pertumbuhan pemahaman matematika berupa delapan lapisan pemahaman, yaitu: *primitive knowing* (PK), *image making* (IM), *image having* (IH), *property noticing* (PN), *formalizing* (F), *observing* (O), *structuring* (S), dan *inventising* (Iv) (Gambar 1). Mereka menyatakan bahwa pertumbuhan pemahaman merupakan proses yang kontinu tetapi tidak linear. Ketika menemukan suatu masalah pada level tertentu, siswa atau mahasiswa perlu kembali ke level

pemahaman yang lebih dalam. Proses ini disebut sebagai *folding back*. Mahasiswa mengonstruksi ulang pengetahuannya agar dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapinya sehingga mampu bergerak ke level pemahaman yang lebih luar.



Gambar 1 Level Pertumbuhan Pemahaman Matematis Model Pirie-Kieren

Folding back terjadi ketika mahasiswa dihadapkan pada sebuah masalah pada lapisan yang lebih luar manapun tetapi tidak dengan cepat dapat memecahkannya sehingga kembali pada sebuah lapisan yang lebih dalam. Mahasiswa perlu mengambil pengetahuan pada lapisan yang lebih dalam untuk dapat bergerak kelapisan yang lebih luar. Akibat dari *folding back* adalah lapisan pemahaman mahasiswa pada lapisan yang lebih dalam akan mengalami “penebalan”. *Folding back* terjadi juga pada saat mahasiswa menyelesaikan masalah kesamaan dua fungsi (Susiswo, 2014).

Berdasarkan uraian di atas, maka penelitian ini akan mengkaji koneksi matematika kaitannya dengan *folding back* dalam menyelesaikan masalah kesamaan dua fungsi. Hal ini perlu dilakukan karena materi kesamaan dua fungsi merupakan materi yang penting yang merupakan materi prasyarat dari konsep limit.

Penelitian tentang koneksi matematika telah dilakukan banyak dilakukan diantaranya oleh: 1) Wilburne & Napoli (2008) meneliti tentang koneksi

matematika dan literturnya, 2) Dixon (2012) meneliti tentang koneksi konsep selama pemecahan masalah, dan 3) Salout, dkk (2013) meneliti tentang konsepsi siswa tentang koneksi matematika dengan dunia nyata. Penelitian tentang *folding back* telah banyak dilakukan diantaranya: 1) Martin (2008) meneliti tentang kerangka kerja *folding back*, 2) Pirie & Martin (2000) meneliti tentang peran *collecting folding back* dalam pertumbuhan pemahaman matematika, 3) Walter & Gibbons (2010) meneliti tentang perilaku *folding back* pada pemecahan masalah, 4) Susiswo (2014) meneliti tentang *folding back* mahasiswa dalam menyelesaikan masalah limit, dan 5) Susiswo (2015) meneliti tentang *folding back* tidak efektif mahasiswa dalam menyelesaikan masalah limit. Dari penelitian-penelitian tersebut penelitian tentang kaitan koneksi matematika dengan *folding back* dalam menyelesaikan masalah kesamaan dua fungsi belum dilakukan.

METODE

Penelitian ini dilakukan di Program Studi S1 Pendidikan Matematika Universitas KH. A. Wahab Hasbullah. Pengumpulan data dilaksanakan melalui pemberian tugas, wawancara berbasis tugas, dan perekaman video. Wawancara berbasis tugas digunakan untuk memperoleh data secara mendalam terkait dengan *folding back*. Perekaman video dimaksudkan untuk menelaah secara terperinci dan pengamatan berulang-ulang data penelitian agar terjamin kevalidannya. Langkah-langkah pelaksanaan penelitian adalah: (1) mengambil satu mahasiswa secara acak sebagai calon subjek penelitian, (2) memberikan tugas menyelesaikan masalah kesamaan dua fungsi kepada mahasiswa, (3) melakukan wawancara, (4) jika mahasiswa mengalami *folding back* tidak efektif, maka dia dijadikan subjek penelitian dan dilanjutkan dengan *indept interview* dan jika mahasiswa tidak mengalami *folding back* efektif, maka dia tidak dijadikan subjek penelitian, dan (5) kembali ke langkah 1 sampai mendapatkan beberapa subjek sehingga mempunyai pola yang sama. Metode penelitian menggunakan perbandingan tetap (Craswell, 2012; Dye dkk, 2000; and Kolb, 2012).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Mahasiswa yang mengalami *folding back* (subjek penelitian) sebanyak 6 orang dan sudah menghasilkan pola yang sama diperoleh dua subjek, yaitu Subjek 1 dan Subjek 2. Subjek penelitian sudah mempelajari tentang kesamaan dua fungsi dan sudah mengetahui bahwa kedua f dan g sama jika $f(x) = g(x)$ untuk setiap x . Subjek 1 berada pada level pemahaman F. Mula-mula subjek menyelesaikan tugas berikut ini. Selidiki apakah kedua fungsi f dan g berikut sama!

$$f(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2},$$
$$g(x) = x + 2.$$

Akan dipaparkan terlebih dahulu *folding back* Subjek 1. Lintasan lengkap *folding back* Subjek 1 ada pada Lampiran 1. Subjek 1 menyatakan bahwa kedua fungsi nilainya sama. Subjek 1 menyatakan sama karena $x - 2$ pada pembilang dibagi dengan $(x - 2)$ pada penyebut hasilnya 1 dan menyimpulkan bahwa kedua fungsi tersebut merupakan dua fungsi yang sama. Subjek 1 mengaitkan kesamaan dua fungsi dengan fungsi rasional (AI). Subjek 1 tidak dapat mengaitkan masalah tersebut dengan konsep kesamaan dua fungsi. Subjek 1 tidak memahami bahwa fungsi f tidak terdefinisi pada $x = 2$ sedangkan fungsi g terdefinisi pada $x = 2$. Subjek 1 *folding back* dari level pemahaman F ke level pemahaman IM tentang fungsi rasional tetapi salah dalam menentukan domainnya. Berikut ini petikan wawancara Peneliti dengan Subjek 1.

Peneliti: Apakah kedua fungsi tersebut sama (menunjuk pada f dan g)?
Subjek 1: Inikan x dikurangi dua, x ditambah dua per x ditambah x dikurangi dua (menunjuk pada f). Jika x dikurangi dua dengan x dikurangi dua di coret menghasilkan x di tambah dua. Jadi kedua fungsi tersebut sama.

Subjek 1 diminta memeriksa kembali jawabannya. Subjek 1 menyatakan bahwa kedua fungsi tidak sama karena f merupakan fungsi polinomial sedangkan g merupakan fungsi linear. Subjek 1 tidak dapat mengaitkan masalah tersebut dengan kesamaan dua fungsi. Subjek 1 mengaitkan kesamaan dua fungsi dengan fungsi polinomial dan fungsi linear (AI). Subjek 1

tetap di level pemahaman IM berpindah dari fungsi rasional ke fungsi polinomial dan fungsi linear (AI). Meskipun demikian, Subjek 1 belum memahami konsep fungsi polinomial dan linear sehingga tidak dapat pindah dari koneksi AI ke koneksi KU. Berikut ini petikan wawancara Peneliti dengan Subjek 1.

Peneliti: Coba periksa lagi jawaban Anda.
Subjek 1: Ber...beda, ini (menunjuk ke f) polinomial, itu (menunjuk ke g) linear.

Subjek 1 meralat jawabannya dan menyatakan bahwa kedua fungsi tidak sama karena nilainya tidak sama. Subjek 1 memahami bahwa kedua fungsi sama kalau nilainya sama. Subjek 1 membuat koneksi antara kesamaan dua fungsi dengan nilai fungsi (AI). Subjek 1 bergerak dari level pemahaman PK ke level pemahaman IM tentang kesamaan dua fungsi tetapi masih tidak dapat menjelaskan maksud dari nilainya tidak sama.

Peneliti melakukan intervensi invokatif (Piere & Kieren 1994) ketika menanyakan syarat bentuk pembagian $\frac{A}{B}$. Subjek 1 menyatakan bahwa syaratnya adalah $B \neq 0$. Kemudian Subjek 1 kembali ke kedua fungsi dan menyatakan bahwa f tidak terdefinisi pada $x = 2$ sedangkan g terdefinisi pada $x = 2$. Subjek menyatakan bahwa kedua fungsi tidak sama. Subjek 1 dapat menerapkan pemahamannya tentang kesamaan dua fungsi untuk membedakan dua fungsi yang diberikan. Oleh karena itu, Subjek 1 bergerak dari level pemahaman IM ke level pemahaman O. Subjek 1 memahami koneksi antara fungsi rasional dan fungsi rasional sehingga dapat membedakan kedua fungsi (KU). Peneliti melakukan intervensi provokatif (IP) (Piere & Kieren, 1994) ketika menanyakan bentuk pembagian $\frac{A}{B}$. Berikut petikan wawancara Peneliti dengan Subjek 1.

Peneliti: “Ya. Diingat-ingat yang membedakan apa? Itukan ada bentuk pembagian yang $f(x)$ ya, yang $g(x)$ kan tidak ada bentuk pembagiannya. Kalau bentuk A per B.”
Mahasiswa: Jika x nya nol maka ini (menunjuk

ke fungsi f) kan tidak terdefinisi. Hemm. Eh.. jika x nya dua, dia tidak akan terdefinisi. Dan ini kalau $g(x)$ jika x nya dua dia akan mempunyai nilai. Kedua fungsi ini berbeda, karena domainnya berbeda.

Selanjutnya akan dipaparkan *folding back* Subjek 2. Lintasan lengkap *folding back* Subjek 2 ada pada Lampiran 2. Subjek 2 menyatakan bahwa kedua fungsi tidak sama karena persamaannya tidak sama. Subjek 2 dapat membedakan kedua fungsi hanya berdasarkan persamaannya tetapi tidak dapat mengaitkan masalah tersebut dengan konsep kesamaan dua fungsi. Subjek 2 membuat koneksi kesamaan dua fungsi dengan persamaan, yaitu fungsi rasional dan fungsi linear (AI). Subjek 2 *folding back* dari level pemahaman F ke level pemahaman IM tentang fungsi rasional dan fungsi linear. Berikut ini petikan wawancara Peneliti dengan Subjek 2.

Peneliti: Apakah kedua fungsi tersebut sama?
Mahasiswa: Tidak sama pak karena persamaannya seperti tidak sama

Subjek 2 meralat pekerjaannya dan menyatakan bahwa kedua fungsi sama karena jika $(x - 2)$ “dicoret” dengan $(x - 2)$ daerah hasilnya akan sama. Subjek 2 tidak memahami bahwa fungsi f tidak terdefinisi pada $x = 2$ sedangkan fungsi g terdefinisi pada $x = 2$. Subjek 2 mengaitkan kesamaan dua fungsi dengan fungsi rasional (AI). Subjek 2 tetap di level pemahaman IM tentang fungsi rasional tetapi salah dalam menentukan domainnya.

Subjek 2 kembali menyatakan bahwa kedua fungsi tidak sama karena persamaannya berbeda. Subjek 2 kembali membedakan kedua fungsi hanya berdasarkan persamaannya tetapi tidak dapat mengaitkan masalah tersebut dengan konsep kesamaan dua fungsi. Subjek 2 membuat koneksi kesamaan dua fungsi dengan persamaan, yaitu fungsi rasional dan fungsi linear (AI). Subjek 2 tetap di level pemahaman IM.

Subjek 2 mengambil nilai $x = 1$ satu juga memiliki hasil yang sama. Subjek 2 menyatakan bahwa persamaannya beda tetapi jika disubstitusikan menghasilkan hasil yang sama sehingga merupakan fungsi yang sama.

Subjek 2 membuat koneksi antara kesamaan dua fungsi dengan konsep fungsi ketika memasukkan nilai $x = 1$ ke fungsi f dan g (AI). Subjek 2 tetap di level pemahaman IM tentang kesamaan dua fungsi.

Peneliti melakukan intervensi invokatif (Piere & Kieren, 1994) dengan menanyakan kepada Subjek 2 tentang daerah asal kedua fungsi. Subjek 2 menyatakan bahwa daerah asal kedua fungsi adalah bilangan real. Subjek 2 membuat koneksi antara kesamaan dua fungsi dengan domain suatu fungsi (AI) tetapi masih salah dalam menentukan domainnya. Subjek 2 *folding back* dari level pemahaman IM ke level pemahaman PK. Berikut ini petikan wawancara Peneliti dengan Subjek 2.

Peneliti: Bagaimana dengan daerah asal fungsi ini.

Mahasiswa: Ini daerah asalnya bilangan real.

Subjek 2 kembali memasukkan nilai $x = 1$, kemudian menyatakan bahwa kedua fungsi sama. Subjek membuat koneksi antara kesamaan dua fungsi dengan dengan nilai fungsi tetapi belum dapat memahami konsep kesamaan dua fungsi (AI). Subjek 2 bergerak ke level pemahaman IM.

Peneliti melakukan intervensi provokatif (Piere & Kieren, 1994) ketika meminta Subjek 2 untuk memasukkan nilai $x = 2$. Subjek 2 mendapatkan nilai yang tidak sama. Subjek 2 menyimpulkan bahwa kedua fungsi tidak sama. Subjek membuat koneksi antara kesamaan dua fungsi dengan dengan nilai fungsi dan memahami konsep kesamaan dua fungsi (KU). Subjek 2 bergerak ke level pemahaman O. Berikut petikan wawancara Peneliti dengan Subjek 2.

Peneliti: Jika dua bagaimana?

Mahasiswa: Akan menghasilkan empat (sambil menunjuk fungsi g), maka ini (sambil menunjuk fungsi f), nol per nol Pak, tidak sama ya Pak. Jadi kedua fungsi tidak sama.

SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan uraian di atas diperoleh tiga persamaan gejala yang muncul dari kedua subjek. Pertama, kedua subjek sama-sama *folding back* dari level pemahaman F ke level pemahaman IM tentang fungsi rasional dan fungsi linear. Kedua subjek mengenali koneksi antara kesamaan dua fungsi dengan fungsi rasional dan fungsi

linear (AI) tetapi memahami interkoneksi ide matematika dan membangun satu sama lain untuk menghasilkan kesatuan yang utuh (KU). Mahasiswa tidak mempunyai kemampuan untuk menstransfer konsep yang dimiliki dengan masalah yang sedang dihadapinya (Dixon, 2012). Kedua, kedua subjek sama-sama tetap di level pemahaman IM dengan mengenali kesamaan kedua fungsi hanya berdasarkan bentuk fungsi tetapi tidak berdasarkan definisi kesamaan dua fungsi. Ketiga, kedua subjek sama-sama dapat bergerak dari level pemahaman IM ke level pemahaman O untuk dapat membedakan dua fungsi f dan g karena adanya intervensi invokatif. Kedua subjek berhasil membuat koneksi antara kesamaan dua fungsi dengan dengan nilai fungsi dan memahami konsep kesamaan dua fungsi (KU).

Penelitian memperoleh temuan bahwa kedua subjek tidak memahami tentang konsep domain suatu fungsi rasional. Saran pada pembelajaran adalah agar pada saat pembahasan tentang konsep fungsi pengetahuan tentang domain suatu fungsi lebih dipertajam, terutama untuk fungsi rasional.

Temuan lain adalah subjek tidak menerapkan matematika dalam konteks di luar matematika, hal ini disebabkan masalah kesamaan dua fungsi yang dihadapinya tidak memungkinkan subjek untuk hal tersebut. Saran untuk penelitian selanjutnya adalah memunculkan masalah kesamaan dua fungsi yang memungkinkan subjek untuk menerapkannya dengan konteks di luar matematika.

DAFTAR RUJUKAN

- [Craswell, W. J. \(2012\).](#) *Educational Research*. Boston: Pearson.
- Dixon, A. R. (2012). Transfer of Learning: Connecting Concepts During Problem Solving. *Journal of Technology Education*. Vol. 24 No. 1, Fall 2012.
- Dye, F. J., Schatz, M. I., Rosenberg A. B., & Coleman, T. S. (2000). Constant Comparison Method: A Kaleidoscope of Data. *The Qualitative Report*, Volume 4, Numbers 1/2.
- Kolb, M. S. (2012). Grounded Theory and the Constant Comparative Method: Valid Research Strategies for Educators. *Journal of Emerging Trends in Educational*

Research and Policy Studies (JETERAPS) 3
(1): 83-86.

Martin, C. (2008). *Folding back* and the Dynamical Growth of Mathematical Understanding: Elaborating the Pirie–Kieren Theory. *Journal of Mathematical Behavior* Vol. 27: 64–85. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmathb.2008.04.001>

NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Pirie, S. & Kieren, T. (1994). Growth in Mathematical Understanding: How We Can Characterize it and How We can Represent it. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 9: 160–190. http://dx.doi.org/10.1007/978-94-017-2057-1_3

Pirie, S. & Martin, C. (2000). The Role of Collecting in the Growth of Mathematical Understanding. *Mathematics Education Research Journal* 2000, Vol.12, Nomor 2: 127-146.

Salout, S. S., Behzadi, H. M., Shahvarani, A., & Manuchehri, (2013). Students' Conception about the Relation of Mathematics to Real-Life. *Mathematics Education Trends and Research* 1-7.

Wilburne, M. J. & Napoli, M. (2008). Connecting Mathematics and Literature: An Analysis of Pre-service Elementary School Teachers' Changing Beliefs and Knowledge. *IUMPST: The Journal*. Vol 2 (Pedagogy).