

## Pengembangan Bahan Ajar Matakuliah Struktur Aljabar I untuk Meningkatkan Kemampuan Pemahaman dan Pembuktian Matematis Mahasiswa.

Eliza Verdianingsih

<sup>1</sup> Pendidikan Matematika, Universitas KH. A. Wahab Hasbullah.

Email: [elizaverdianingsih@unwaha.ac.id](mailto:elizaverdianingsih@unwaha.ac.id)



©2018 –JoESM Universitas KH. A. Wahab Hasbullah Jombang ini adalah artikel dengan akses terbuka dibawah licensi CC BY-NC-4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>).

### ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk (1) mengembangkan bahan ajar struktur aljabar I dalam meningkatkan kemampuan pemahaman matematis mahasiswa (2) mengembangkan bahan ajar struktur aljabar I dalam meningkatkan kemampuan pembuktian matematis mahasiswa dan (3) mengetahui kemampuan pemahaman matematis mahasiswa setelah memperoleh pembelajaran dengan menggunakan bahan ajar yang dikembangkan. (4) mengetahui kemampuan pembuktian matematis mahasiswa setelah memperoleh pembelajaran dengan menggunakan bahan ajar yang dikembangkan. Penelitian ini merupakan penelitian *Research and Development approach* dengan menggunakan model 4-D (*Four- D Models*). Subjek penelitian adalah mahasiswa Universitas KH. A. Wahab Hasbullah yang mengambil matakuliah struktur aljabar I pada semester genap tahun akademik 2017/2018 yang terdiri atas satu kelas. Data dianalisis melalui perpaduan deskriptif dan kualitatif. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa (1) & (2) bahan ajar struktur aljabar I yang telah disusun tergolong valid baik dari segi kecermatan isi, ketercernaan, penggunaan bahasa, maupun perwajahan, dengan beberapa catatan perbaikan, (3 & 4) penggunaan bahan ajar struktur aljabar dapat mengembangkan kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis sebesar 29,75% dan 18,84%.

**Kata Kunci:** Bahan Ajar, Struktur Aljabar I, Kemampuan Pemahaman Matematis, Kemampuan Pembuktian Matematis

### PENDAHULUAN

Mata kuliah struktur aljabar I merupakan salah satu mata kuliah yang diberikan pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Pendidikan Universitas KH. A. Wahab Hasbullah (Unwaha) Jombang. Struktur aljabar I memiliki karakteristik yang deduktif aksiomatis yang jelas dan runtut yang didalamnya terdiri dari konsep-konsep yang abstrak baik pada definisi maupun pada teorema.

Kemampuan pemahaman matematis memiliki peran yang mendasar dalam struktur aljabar. Tanpa memperoleh pemahaman matematis dalam suatu konsep maka mahasiswa akan mengalami kesulitan menyelesaikan permasalahan-permasalahan dalam struktur aljabar I. Konsep-konsep dalam struktur aljabar I terorganisasi secara sistematis, logis dan hirarkis dari yang paling sederhana ke yang paling kompleks. Dengan demikian pemahaman dan penguasaan suatu materi/konsep merupakan

prasyarat untuk dapat menguasai materi/konsep selanjutnya. Kemampuan pemahaman matematis tidak dapat dipindahkan secara langsung dari otak seseorang (dosen) ke dalam otak orang lain (mahasiswa), mahasiswa sendirilah yang harus mengartikan apa yang telah diajarkan oleh dosen dengan menyesuaikan terhadap pengalaman-pengalaman mereka. Kemampuan pemahaman matematis terbentuk oleh mahasiswa secara aktif, bukan hanya secara pasif dari dosen mereka. Mahasiswa dituntut untuk dapat memahami setiap definisi dan teorema yang telah dipelajari. jika mahasiswa dapat memahami definisi dan teorema yang telah dipelajari, maka mahasiswa dapat meningkatkan kemampuan pembuktian matematis dalam struktur aljabar I.

Kemampuan pembuktian matematis yang dimaksud dalam penelitian ini adalah kemampuan mahasiswa dalam mengkonstruksi dan mengkritisi pembuktian yang banyak

terdapat pada mata kuliah struktur aljabar I. Selden dan Selden (2003:34) menyatakan bahwa kegiatan mengkritisi bukti meliputi: (1) untuk menentukan kebenaran atau kekeliruan dalam membaca suatu pembuktian matematika dengan melihat kesesuaian antara sistem aksioma, premis, hasil-hasil matematika yang sudah ada (lemma atau teorema), alur penalaran deduktifnya, (2) melengkapi pembuktian (jika ditemukan ada kekeliruan), (3) membandingkan keefektifan bukti yang satu dengan bukti yang lainnya.

Mata kuliah tersebut diberikan dengan tujuan agar mahasiswa dapat memahami, menerapkan dan membuktikan teorema-teorema yang berkaitan dengan matakuliah struktur aljabar I yang terdiri dari himpunan (operasi biner, fungsi, bilangan bulat), grup, subgrup, koset, subgrup normal, grup siklik, homomorfisma, isomorfisma dan automorfisma. Namun kenyataannya tujuan ini belum dapat tercapai dikarenakan struktur aljabar I merupakan mata kuliah yang sulit untuk dipelajari dan juga sulit untuk diajarkan. Hal ini sejalan dengan penelitian Dubinsky et al dalam (Panggabean, 2015) yang didukung oleh Lajoie menunjukkan bahwa pemahaman mahasiswa tentang konsep-konsep dalam aljabar abstrak masih jauh dari kata memuaskan. Aljabar abstrak masih dirasa sulit untuk dicerna oleh sebagian besar mahasiswa.

Berdasarkan pengalaman penulis saat mengampu matakuliah Struktur Aljabar I, masih banyak ditemukan hasil capaian mahasiswa yang tidak sesuai dengan hasil yang diharapkan. Hal ini terjadi karena mahasiswa memiliki kekurangan dalam berfikir abstrak, mahasiswa tidak dapat mendeskripsikan kembali definisi dengan kata-kata sendiri atau dengan menggunakan bahasa matematis, tidak dapat mengembangkan pemahaman sendiri dari contoh-contoh yang telah diberikan oleh dosen serta tidak dapat mengetahui keterkaitan antara pengetahuan yang baru dengan pengetahuan yang sebelumnya, sehingga mahasiswa mengalami kesulitan dalam membuktikan suatu teorema.

Apabila diselidiki lebih lanjut, terdapat banyak hal yang mempengaruhi kondisi kesulitan tersebut, antara lain: (1) kurangnya pengetahuan mahasiswa tentang konsep dasar matematika, (2) mahasiswa belum terbiasa dengan pembuktian deduktif, (3) strategi pembelajaran yang dilakukan dosen masih terpusat pada dosen, (4) sumber belajar yang terbatas. Untuk mengatasi kesulitan mahasiswa dalam pemahaman dan pembuktian matematis

dalam matakuliah Struktur Aljabar I diperlukan pembelajaran yang memfasilitasi proses konstruksi dan rekonstruksi kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis mahasiswa yang tentunya diperlukan suatu bahan ajar yang mendukung. Oleh karena itu peneliti termotivasi untuk melakukan penelitian "Pengembangan bahan ajar struktur aljabar I untuk meningkatkan kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis di Unwaha Jombang".

Adapun tujuan penelitian ini adalah: (1) mengembangkan bahan ajar struktur aljabar I dalam meningkatkan kemampuan pemahaman matematis mahasiswa, (2) mengembangkan bahan ajar struktur aljabar I dalam meningkatkan kemampuan pembuktian matematis mahasiswa, (3) mengetahui kemampuan pemahaman matematis mahasiswa setelah memperoleh pembelajaran dengan menggunakan bahan ajar yang dikembangkan, (4) mengetahui kemampuan pembuktian matematis mahasiswa setelah memperoleh pembelajaran dengan menggunakan bahan ajar yang dikembangkan.

Bahan ajar dalam suatu matakuliah merupakan hal yang penting dalam menentukan tingkat keberhasilan dalam pelaksanaan pendidikan di perguruan tinggi. Bahan ajar dapat memberikan kesempatan pada mahasiswa untuk mempelajari konsep-konsep suatu kompetensi secara runtut dan sistematis, sehingga mahasiswa dapat memahami semua kompetensi secara utuh dan terpadu. Hal ini sejalan dengan pendapat Daryanto & Dwicahyono (2014:171) yang mengatakan bahwa bahan ajar adalah seperangkat materi yang disusun secara sistematis baik tertulis maupun tidak sehingga tercipta lingkungan/suasana yang memungkinkan siswa untuk belajar. Menurut Panggabean (2015), bahan ajar yang disusun harus disesuaikan dengan kurikulum, karakteristik sasaran dan tuntutan pemecahan masalah. Adapun tujuan dari disusunnya bahan ajar adalah: (1) menyediakan bahan ajar yang sesuai dengan tuntutan kurikulum dengan mempertimbangkan kebutuhan peserta didik, yakni bahan ajar yang sesuai dengan karakteristik dan lingkungan sosial peserta didik, (2) membantu peserta didik dalam memperoleh alternatif bahan ajar disamping buku-buku teks yang terkadang sulit diperoleh. (3) memudahkan dalam melaksanakan pembelajaran.

Menurut Hadiwijoyo dalam (Panggabean, 2015), struktur aljabar atau sistem aljabar adalah suatu himpunan elemen-elemen dengan satu atau beberapa operasi yang berlaku padanya yang menghubungkan elemen-elemen itu disertai dengan aksioma yang berlaku. Aksioma-aksioma ini mendefinisikan atau menunjukkan struktur aljabarnya, jadi suatu struktur aljabar tertentu oleh sistemnya. Adapun materi matakuliah Struktur Aljabar I terdiri dari himpunan (operasi biner, fungsi, bilangan bulat), grup, subgroup, koset, subgroup normal, grup siklik, homomorfisma, isomorfisma dan automorfisma. Struktur aljabar I memiliki karakteristik yang deduktif aksiomatis yang jelas dan runtut yang didalamnya terdiri dari konsep-konsep yang abstrak baik pada definisi maupun pada teorema. Konsep-konsep dalam struktur aljabar I terorganisasi secara sistematis, logis dan hirarkis dari yang paling sederhana ke yang paling kompleks.

Kemampuan pemahaman matematis merupakan hal yang mendasar yang harus dimiliki mahasiswa dalam dalam pembelajaran matematika agar belajar menjadi lebih bermakna. Konsep-konsep dalam matematika terorganisasi secara sistematis, logis dan hirarkis dari yang paling sederhana ke yang paling kompleks. Sehingga pemahaman dan penguasaan suatu materi/konsep merupakan prasyarat untuk dapat menguasai materi/konsep. Tanpa memperoleh pemahaman matematis dalam suatu konsep maka mahasiswa akan mengalami kesulitan menyelesaikan permasalahan-permasalahan dalam matematika. Mahasiswa tidak hanya dituntut untuk mengetahui konsep matematis saja, tetapi mahasiswa juga harus bisa menerapkan pengetahuan mereka untuk menyelesaikan masalah matematika.

Polya (1985) merinci kemampuan pemahaman menjadi empat tahap, yaitu: pemahaman mekanis, induktif, rasional dan intuitif. Pemahaman mekanis, yaitu dapat mengingat dan menerapkan rumus secara rutin dan menghitung secara sederhana. Kemampuan ini tergolong pada kemampuan berpikir matematis tingkat rendah. Pemahaman induktif, yaitu dapat menerapkan rumus atau konsep dalam kasus sederhana atau dalam kasus serupa. Kemampuan ini tergolong kemampuan berpikir matematis tingkat rendah namun lebih tinggi daripada pemahaman mekanis. Pemahaman rasional, yaitu dapat membuktikan kebenaran suatu rumus dan teorema. Kemampuan ini tergolong pada kemampuan berpikir matematis tingkat tinggi. Pemahaman intuitif, yaitu dapat memperkirakan

kebenaran dengan pasti (tanpa ragu-ragu) sebelum menganalisis lebih lanjut. Kemampuan ini tergolong pada kemampuan berpikir matematis tingkat tinggi. Selain pemahaman menurut Polya, berikut ini merupakan beberapa jenis pemahaman berdasarkan para ahli (Sumarmo, 2005): (1) Pollatsek menggolongkan pemahaman menjadi dua jenis, yaitu: (a) Pemahaman komputasional, menerapkan rumus dalam perhitungan sederhana dan mengerjakan perhitungan secara algoritmik. Kemampuan ini tergolong pada kemampuan berpikir matematis tingkat rendah, (b) Pemahaman fungsional, mengaitkan suatu konsep/prinsip dengan konsep prinsip lainnya, dan menyadari proses yang dikerjakannya. Kemampuan ini tergolong pada kemampuan berpikir matematis tingkat tinggi. (2) Skemp menggolongkan pemahaman dalam dua tahap, yaitu: (a) Pemahaman instrumental, hapal konsep/prinsip tanpa kaitan dengan yang lainnya, dapat menerapkan rumus dalam perhitungan sederhana dan mengerjakan perhitungan secara algoritmik. Kemampuan ini tergolong pada kemampuan berpikir matematis tingkat rendah, (b) Pemahaman relasional, mengaitkan satu konsep/prinsip dengan konsep/prinsip lainnya. Kemampuan ini tergolong pada kemampuan tingkat tinggi. (3) Copeland, membedakan dua jenis pemahaman: (a) *Knowing how to*, yaitu dapat mengerjakan sesuatu secara rutin/algoritmik, (b) *Knowing*, yaitu dapat mengerjakan sesuatu dengan sadar akan proses yang dikerjakannya. Selain itu, berdasarkan taksonomi tujuan dari Bloom (Ansari, 2004: 34) menyebutkan bahwa pemahaman dapat digolongkan tiga segi yang berbeda yaitu: pemahaman translasi, interpretasi dan ekstrapolasi. Pemahaman translasi adalah pemahaman kemampuan untuk memahami suatu ide yang dinyatakan dengan cara lain daripada pernyataan asli yang dikenal sebelumnya. Misalnya individu mampu mengubah soal yang tertulis dalam kalimat ke dalam bentuk simbol dan sebaliknya. Pemahaman interpretasi adalah kemampuan untuk memahami atau mampu mengartikan suatu ide yang diubah atau disusun dalam bentuk lain seperti kesamaan, grafik, tabel, diagram dan sebagainya. Pemahaman ekstrapolasi adalah keterampilan untuk meramalkan kelanjutan dari kecenderungan yang ada menurut data tertentu. Berdasarkan uraian yang telah disampaikan di atas maka yang disebut dengan pemahaman matematis adalah adalah tingkatan pengetahuan siswa tentang

konsep, prinsip, algoritma dan kemahiran siswa menggunakan strategi penyelesaian dalam menyelesaikan soal atau masalah yang disajikan.

Menurut Lestari (2015:130) kemampuan pembuktian matematis adalah kemampuan memahami pernyataan atau simbol matematika serta menyusun bukti kebenaran suatu pernyataan secara sistematis berdasarkan definisi, prinsip dan teorema. Hanna dalam Herlina (2013:90) mengatakan bahwa bukti dalam matematika merupakan representasi dari hasil matematika untuk mengkomunikasikan pemahaman kepada komunitas matematika lainnya dan menerimanya sebagai teorema baru.

Menurut Selden & Selden dalam Herlina (2013:91) kemampuan pembuktian terdiri dari: (1) kemampuan mengkonstruksi bukti dan (2) mengkritisi (memvalidasi) bukti. Selden dan Selden (2003:34) menyatakan bahwa kegiatan mengkritisi bukti meliputi: (1) untuk menentukan kebenaran atau kekeliruan dalam membaca suatu pembuktian matematika dengan melihat kesesuaian antara sistem aksioma, premis, hasil-hasil matematika yang sudah ada (lemma atau teorema), alur penalaran deduktifnya, (2) melengkapi pembuktian (jika ditemukan ada kekeliruan), (3) membandingkan keefektifan bukti yang satu dengan bukti yang lainnya. Kemampuan pembuktian matematis yang dimaksud dalam penelitian ini adalah kemampuan mahasiswa dalam mengkonstruksi dan mengkritisi pembuktian yang banyak terdapat pada mata kuliah struktur aljabar I.

## **METODE**

Penelitian ini merupakan penelitian Research and Development (R & D) dengan menggunakan model 4-D (four-D models) yang terdiri dari empat tahap, yaitu: tahap pendefinisian (de-fine), tahap perancangan (design), tahap pengembangan (develop), dan tahap pendiseminasian (disseminate). Untuk keperluan pengembangan bahan ajar dalam penelitian ini tahapan yang dilakukan sampai pada tahap pengembangan (develop). Pada tahap pendefinisian ditetapkan dan didefinisikan kebutuhan perkuliahan struktur aljabar I dengan menganalisis tujuan mata kuliah dan batasan materinya, sesuai dengan kurikulum di program studi Pendidikan Matematika Unwaha. Kegiatan yang dilakukan adalah analisis awal-akhir, analisis mahasiswa, analisis tugas, dan spesifikasi tujuan perkuliahan. Tahapan kedua yaitu desain. Tahap ini merupakan tahap awal dari perancangan bahan ajar

yang akan digunakan dalam perkuliahan struktur aljabar I. Selain itu, juga dilakukan penyusunan instrumen tes kemampuan pembuktian matematis, Rencana Kegiatan Pembelajaran Semester (RKPS), dan Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP). Tahapan ketiga adalah pengembangan. Pada tahap ini bahan ajar yang telah dirancang, divalidasi oleh para ahli yang dipandang cakap sehingga diperoleh informasi berupa masukan, evaluasi, dan revisi terhadap model bahan ajar yang telah dirancang. Bahan ajar mata kuliah struktur aljabar I yang telah direvisi berdasarkan usulan para validator, selanjutnya diujicobakan pada perkuliahan struktur aljabar I.

Subjek penelitian adalah mahasiswa Unwaha yang mengambil mata kuliah struktur aljabar I pada semester genap tahun akademik 2017/2018 yang terdiri atas satu kelas. Kelas ini digunakan pada saat ujicoba lapangan penggunaan bahan ajar dalam perkuliahan struktur aljabar I. Ujicoba bertujuan untuk mengetahui kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis mahasiswa setelah memperoleh perkuliahan dengan menggunakan bahan ajar yang dikembangkan. Selain itu, juga bertujuan memperoleh masukan guna perbaikan bahan ajar.

Penelitian ini menggunakan instrumen penelitian berupa (1) instrumen keterlaksanaan pembelajaran meliputi Silabus, dan SAP (Satuan Acara Pembelajaran), (2) instrumen kelayakan meliputi instrumen keterbacaan dan instrumen validasi, dan (3) Instrumen tes tulis keterampilan proses sains dan penguasaan konsep siswa. Lembar validasi digunakan untuk mengetahui produk yang dikembangkan sudah layak atau masih perlu diperbaiki dimana nantinya diisi oleh para ahli. Lembar keterbacaan dan keterlaksanaan produk digunakan untuk melihat mengenai gaya bahasa yang digunakan serta penggunaannya dalam kegiatan pembelajaran dimana diisi oleh mahasiswa.

Teknik analisis data yang akan dilakukan adalah dengan mendeskripsikan secara naratif langkah-langkah pengembangan bahan ajar mulai dari tahap pendefinisian sampai pada tahap pengembangan. Pada tahap pengembangan dideskripsikan hasil validasi dari tiga orang validator yang menilai kualitas bahan ajar struktur aljabar I yang telah dihasilkan dari tahap perancangan. Adapun aspek-aspek yang akan dinilai dari bahan ajar adalah: (1) ketepatan

cakupan isi, meliputi kesesuaian isi bahan ajar dengan tujuan perkuliahan yang akan dicapai, dan keluasan atau kedalaman isi bahan ajar, (2) ketercernaan bahan ajar, meliputi penyajian materi yang sistematis dan format yang tertib dan konsisten, (3) penggunaan bahasa, yaitu bahasa atau redaksional yang digunakan dalam bahan ajar jelas, tepat, dan komunikatif, (4) perwajahan/tampilan dari bahan ajar menarik dan (5) penggunaan ilustrasi yang jelas dan tepat.

Analisis data kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis dilakukan dengan melakukan penskoran untuk masing-masing indikator pemahaman dan pembuktian matematis. Menghitung persentase kemampuan pemahaman

dan pembuktian matematis dan mengkategorikan kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis dengan kategori tinggi, sedang, dan rendah, yaitu:  $0 \% \leq P < 30 \%$ : kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis rendah,  $30 \% \leq P \leq 70 \%$  : kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis sedang dan  $70 \% < P \leq 100 \%$  kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis tinggi.

## **HASIL DAN PEMBAHASAN**

### **Hasil**

Hasil penelitian yang akan dikemukakan adalah tahap pengembangan bahan ajar struktur aljabar I mulai dari tahap define hingga tahap develop. Rincian kegiatan untuk masing-masing tahap pengembangan model tersebut adalah sebagai berikut:

#### **Tahap Pendefinisian**

Kegiatan yang dilakukan pada tahap pendefinisian adalah analisis awal-akhir, analisis mahasiswa, analisis tugas, dan spesifikasi tujuan perkuliahan. Pada kegiatan analisis awal -akhir ditentukan masalah dasar yang diperlukan dalam pengembangan bahan ajar dengan melakukan telaah terhadap kurikulum dan teori belajar yang relevan, sehingga diperoleh deskripsi bahan ajar yang dianggap sesuai.

Struktur aljabar I merupakan bentuk perumunan dari sistem aljabar yang diajarkan pada tingkat sekolah. Pada tingkat sekolah, aljabar bilangan, aljabar fungsi, aljabar matriks dan sebagainya dipandang sebagai hal yang berbeda, tetapi sebenarnya terdapat struktur yang sama di antara bentuk-bentuk aljabar tersebut, yaitu memunyai struktur grup. Dari analisis terhadap materi grup, maka disimpulkan perlu dikembangkan sebuah bahan ajar yang menjembatani pengetahuan awal mahasiswa terhadap konsep aljabar di tingkat sekolah ke sistem yang lebih abstrak.

Analisis berikutnya setelah analisis awal-akhir adalah analisis mahasiswa. Analisis mahasiswa merupakan telaah karakteristik mahasiswa yang sesuai dengan rancangan pengembangan model bahan ajar. Dari pengalaman penulis me-ngajar struktur aljabar I selama beberapa semester, mahasiswa selalu mengalami kesulitan ketika mempelajari tentang pembuktian dalam struktur aljabar I, oleh karena itu perlu dikembangkan bahan ajar yang berorientasi pada peningkatan kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis mahasiswa.

Setelah melaksanakan analisis materi dan analisis mahasiswa selanjutnya dilakukan analisis konsep. Analisis konsep adalah suatu kegiatan mengidentifikasi, merinci, dan menyusun secara sistematis konsep-konsep matematika yang relevan untuk dibentuk menjadi bahan ajar yang sesuai, berdasarkan analisis materi. Dari analisis ini diperoleh bahwa bahan ajar yang disusun terdiri atas tiga pokok bahasan: (1) grup yang terdiri atas tujuh kegiatan belajar, yaitu: operasi biner, definisi grup, grup komutatif, sifat-sifat grup, grup siklik, grup permutasi, dan order grup dan elemen grup; (2) subgrup yang terdiri atas empat kegiatan belajar, yaitu: definisi subgrup, sifat-sifat subgrup, koset dan indeks, dan subgrup normal; (3) homomorfisma grup yang terdiri atas tiga kegiatan belajar, yaitu: homomorfisma grup, isomorfisma grup, dan kernel.

Kegiatan berikutnya adalah analisis tugas. Pada analisis tugas ini, diidentifikasi standar kompetensi dan kompetensi dasar yang akan dicapai melalui perkuliahan struktur aljabar I. Dari analisis tugas disusun CP-MK dan Sub CP-MK yang tertuang dalam Rencana Pembelajaran Semester (RPS), dan Rencana

Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) struktur aljabar I.

Kegiatan spesifikasi tujuan pembelajaran merupakan kegiatan terakhir dari tahap pendefinisian. Dalam kegiatan ini dilakukan pengkonversian standar kompetensi dan kompetensi dasar dari analisis tugas dan analisis materi menjadi tujuan perkuliahan. Tujuan perkuliahan tercantum dalam pendahuluan bahan ajar dan dipertegas kembali dalam setiap kegiatan belajar.

Tahap perancangan

Tahap ini merupakan tahap awal dari perancangan bahan ajar struktur aljabar I yang akan digunakan dalam perkuliahan. Dari tahap perancangan ini diperoleh draft bahan ajar struktur aljabar I yang terdiri dari empat belas kegiatan belajar. Pada tahap perancangan ini juga disusun perangkat pendukung berupa RPS, RPP, dan tes pemahaman dan pembuktian matematis.

Tahap pengembangan

Bahan ajar yang telah dirancang pada tahap perancangan (design) divalidasi oleh tiga orang ahli yang dipandang cakap sehingga diperoleh informasi berupa masukan, evaluasi, dan revisi terhadap model bahan ajar yang telah dirancang. Validator diminta memberi masukan tentang kecermatan isi, ketercernaan, penggunaan bahasa, dan perwajahan dari bahan ajar. Bahan ajar mata kuliah struktur aljabar I yang telah direvisi berdasarkan usulan para validator, selanjutnya diujicobakan pada perkuliahan di kelas

Kecermatan isi adalah validitas atau kesahihan isi secara keilmuan. Validitas isi menunjukkan bahwa isi bahan ajar dikembangkan berdasarkan konsep dan teori yang berlaku pada struktur aljabar I. Dalam menilai validitas isi ini, validator diminta memberikan penilaian tentang definisi, teorema, contoh, dan latihan-latihan yang termuat dalam bahan ajar sesuai dengan tujuan perkuliahan yang akan dicapai seperti yang tertuang pada awal setiap kegiatan pembelajaran dan kemampuan yang akan dikembangkan melalui bahan ajar tersebut, yaitu kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis mahasiswa. Perbaikan bahan ajar yang dilakukan berdasarkan masukan validator mengenai validitas isi ini antara lain pada bahan ajar pertama untuk kegiatan belajar enam yaitu grup permutasi. Perbaikan yang dilakukan adalah menambah materi yang kurang lengkap menurut salah seorang validator.

Ketercernaan bahan ajar meliputi pemaparan atau penyajian materi yang logis dan runtut, kelengkapan contoh dan ilustrasi yang memudahkan pemahaman, dan format bahan ajar yang tertib dan konsisten. Pada aspek ketercernaan ini tiga orang validator menyatakan bahwa bahan ajar telah valid tanpa memerlukan perbaikan kembali karena penyajian materi dalam bahan ajar telah logis dan runtut, serta format bahan ajar telah tertib dan konsisten pada setiap bahan ajar. Namun demikian dua orang validator menyarankan agar soal latihan pada setiap bahan ajar ditambah.

Dalam mengembangkan bahan ajar, penggunaan bahasa menjadi salah satu faktor yang penting. Pemilihan ragam bahasa dan pemilihan kata dalam menyusun kalimat efektif akan berpengaruh terhadap kualitas bahan ajar. Penggunaan bahasa komunikatif akan membuat mahasiswa merasa seolah-olah berinteraksi dengan dosennya melalui tulisan-tulisan dalam bahan ajar tersebut. Beberapa perbaikan bahan ajar dari aspek bahasa telah dilakukan oleh peneliti, baik bahasa matematika, maupun penggunaan kalimat yang dirasa kurang tepat pemakaiannya. Perbaikan ini dilakukan berdasarkan coretan para validator dalam naskah bahan ajar.

## **PEMBAHASAN**

Perwajahan berperan dalam penataan letak informasi dalam satu halaman cetak. Dalam hal ini tidak ada masukan berarti dari validator, karena dalam penyusunan bahan ajar ini peneliti telah

mempertimbangkan beberapa hal yang menurut Belawati dkk (2004:2.8) perlu diperhatikan dalam penyusunan bahan ajar, antara lain:(1) narasi atau teks tidak terlalu padat dalam satu halaman, (2) menggunakan grafik atau gambar yang bermakna, (3) memvariasikan jenis dan ukuran huruf untuk membuat tampilan bahan ajar menjadi lebih menarik, dan (4) menggunakan

sistem penomoran yang konsisten untuk seluruh bagian bahan ajar.

Setelah memperbaiki bahan ajar berdasarkan masukan dari para validator, selanjutnya dilakukan ujicoba penggunaan bahan ajar pada satu kelas. Ujicoba dilakukan untuk mengukur efek dari penggunaan bahan ajar struktur aljabar yang telah dikembangkan dalam meningkatkan kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis mahasiswa. Ujicoba juga dimaksudkan untuk memperbaiki bahan ajar berdasarkan masukan di lapangan.

Kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis mahasiswa diukur melalui tes pemahaman dan pembuktian matematis yang terdiri dari tiga soal, meliputi: (1) soal yang mengukur kemampuan mengkonstruksi bukti meliputi penggunaan metode-metode pembuktian dan penggunaan fakta, konsep, dan prinsip matematika, (2) soal yang mengukur kemampuan membaca suatu pembuktian untuk menentukan kebenaran atau kekeliruannya dengan melihat kesesuaian antara sistem aksioma, premis, atau teorema yang sudah ada, serta (3) soal yang mengukur kemampuan dalam melengkapi pembuktian.

Rata-rata kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis mahasiswa setelah memperoleh pembelajaran dengan menggunakan bahan ajar yang dikembangkan adalah 22,31 dan 14,13 dari skor total, yaitu 75. Ini berarti bahwa penggunaan bahan ajar struktur aljabar dapat mengembangkan kemampuan pemahaman sebesar 29,75% dan mengembangkan kemampuan pembuktian matematis sebesar 18,84%. Hasil ini menunjukkan bahwa pengembangan kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis menggunakan bahan ajar struktur aljabar I tergolong rendah. Hasil ini menunjukkan bahwa bahan ajar struktur aljabar I yang dikembangkan belum dapat meningkatkan kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis mahasiswa.

Hasil penelitian ini sejalan dengan hasil penelitian Arnawa (2009:67) yang mencoba mengembangkan kemampuan memvalidasi bukti mahasiswa FMIPA Universitas Negeri Padang dan mahasiswa FMIPA Universitas Andalas pada mata kuliah aljabar abstrak dengan menggunakan teori APOS, juga menghasilkan kemampuan yang masih jauh dari yang diharapkan yaitu 5,82 dari skor maksimum 20.

Meningkatkan kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis bukanlah suatu hal yang

mudah mengingat bahwa kualitas konstruksi bukti ditentukan oleh enam kategori yaitu langkah awal, alur pembuktian, konsep-konsep terkait, argumen atau kemampuan memberikan alasan, ekspresi kunci, dan bahasa dalam pembuktian (Isnarto, 2014:228). Oleh karena itu, dalam perkuliahan struktur aljabar I, dosen harus menekankan pentingnya enam kategori dalam membangun bukti kepada mahasiswa.

Hasil penelitian yang belum mencapai tujuan yang diharapkan, tentunya menjadi bahan evaluasi bagi peneliti guna menyempurnakan bahan ajar yang dikembangkan. Bahan ajar struktur aljabar I digunakan selama perkuliahan struktur aljabar I dari materi operasi biner hingga homomorfisma grup selama empat belas kali pertemuan, diperoleh beberapa catatan terkait bahan ajar yang digunakan. Berdasarkan catatan lapangan, diperoleh saran-saran perbaikan. Secara umum, hal-hal yang harus diperbaiki dari bahan ajar ini adalah muatan materi, contoh soal, dan latihan soal hendaknya lebih mengarahkan mahasiswa dalam mengembangkan kemampuan berpikir matematis.

Penyempurnaan bahan ajar yang telah dikembangkan belum cukup untuk meningkatkan kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis mahasiswa. Penggunaan bahan ajar hendaknya dipadukan dengan penggunaan model pembelajaran agar bahan ajar yang dikembangkan dapat digunakan secara maksimal. Pelaksanaan dipandu belajar penemuan akan membantu mahasiswa untuk memahami materi dan algoritma pembuktian yang sah. Hal ini sesuai dengan pendapat Selden dan Selden (2007:28) bahwa belajar tidak cukup hanya dengan memahami pembuktian melalui pekerjaan rumah atau tes, tanpa bantuan dosen. Selden dan Selden (2007: 29) merekomendasikan pembelajaran melalui presentasi dari sejumlah pernyataan dan mahasiswa diminta untuk membuktikan pernyataan. Dipandu pembelajaran penemuan menyediakan kesempatan yang lebih luas bagi siswa untuk memahami bukti. Kegiatan bertanya dan menjawab dalam diskusi kelas mengharuskan mahasiswa menjelaskan argumentasinya dalam melakukan pembuktian. Hal tersebut memberikan pengalaman berharga untuk meningkatkan kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis mahasiswa.

Hal ini juga sejalan dengan hasil penelitian

Mulbar (2013:420) yang menyimpulkan bahwa penggunaan model pembelajaran dengan mengoptimalkan aktivitas dan kreativitas siswa, serta menyenangkan, akan berimplikasi positif terhadap kesuksesan belajar seseorang. Oleh karena itu, mengembangkan buku ajar saja belum dapat mengembangkan kemampuan pembuktian matematis, penggunaan buku ajar sebaiknya dipadukan dengan penggunaan model pembelajaran yang tepat untuk mendapatkan hasil yang optimal.

## SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan, produk dari penelitian ini adalah bahan ajar struktur aljabar beserta perangkat pendukungnya berupa RPS, RPP, dan tes pemahaman dan pembuktian matematis. Bahan ajar struktur aljabar I yang telah dikembangkan tergolong valid baik dari segi kecermatan isi, ketercernaan, penggunaan bahasa, maupun perwajahan, dengan beberapa catatan perbaikan dari para validator. Penggunaan bahan ajar struktur aljabar belum dapat mengembangkan kemampuan pembuktian matematis seperti yang diharapkan. Penggunaan bahan ajar hanya dapat mengembangkan kemampuan pemahaman dan pembuktian matematis sebesar 29,75% dan 18,84% yang tergolong rendah. (1) Hasil penelitian yang belum mencapai tujuan yang diharapkan menjadi bahan evaluasi bagi peneliti guna menyempurnakan bahan ajar yang dikembangkan. Penggunaan bahan ajar juga hendaknya dipadukan dengan penggunaan model pembelajaran agar bahan ajar yang dikembangkan dapat digunakan secara maksimal; (2) Bahan Ajar alat ukur dan pengukuran berbasis inkuiri terbimbing dapat meningkatkan penguasaan konsep dan keterampilan proses sains.

Berdasarkan hasil penelitian maka dikemukakan beberapa saran, yaitu: (1) Pengembangan bahan ajar disusun berdasarkan kurikulum yang berlaku dan disesuaikan dengan kebutuhan mahasiswa dan lapangan. (2) Untuk mengetahui lebih lanjut perkembangan dari bahan ajar tersebut maka perlu menggunakan jumlah sampel yang banyak sehingga data penelitian menjadi beragam. (3) Bahan ajar masih perlu untuk pengembangan berkelanjutan.

## DAFTAR RUJUKAN

Arnawa, Made I. 2006. "Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Mahasiswa dalam Aljabar Abstrak Melalui Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS". Disertasi. Bandung: Universitas Pendidikan

Indonesia.

Arnawa, Made I. 2009. "Mengembangkan Kemampuan Mahasiswa dalam Memvalidasi Bukti pada Aljabar Abstrak melalui Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS". dalam *Jurnal Matematika dan Sains*. XIV(2). hlm 62-68.

Belawati, Tian dkk. 2004. *Pengembangan Bahan Ajar*. Pusat Penerbitan Universitas Terbuka.

Douek, Nadia. 1999. "Some Remarks about Argumentation and Mathematical Proof and Their Educational Implications". *Proceedings of the First European Research in Mathematics Educations*. <http://www.fmd.uni-osnabrueek.de/ebooks/erme/cerme1-proceedings/cerme1-proceedings.html>. (diunduh tanggal 19 Oktober 2014).

Isnarto, et al. 2014. "Students' Proof Ability: Exploratory Studies of Abstract Algebra Course". *International Journal of Education and Research*. II(6). hlm 215-228.

Mulbar, Usman. 2013. Pengembangan Model Pembelajaran Matematika dengan Memanfaatkan Sistem Sosial Masyarakat. dalam *Jurnal Cakrawala Pendidikan*. XXXII (3). hlm 420 – 431.

Sabri, 2013. "Bukti di dalam Belajar Mengajar Matematika". <http://digilib.unm.ac.id/files/disk1/5/universitas%20negeri%20makassar-digilib-unm-sabri-234-1-bukti-di-a.pdf>. (diunduh 15 September 2014).

Santosa, Cecep A. 2013. "Mengatasi Kesulitan Mahasiswa Ketika Melakukan Pembuktian Matematis Formal". dalam *Jurnal Pengajaran MIPA*. XVIII (2). <http://jurnal.upi.edu/2127/author/cecep-anwar-hf-santosa>. (diunduh 15 September 2014).

Selden, Annie. dan Selden, John. 2003. "Validations of Proof Considered as Texts: Can Undergraduates tell Whether an Argument proves a Theorem?" Dalam *Journal for Research in Mathematics Education*. XXXIV (1). hlm 4-36.

Selden, Annie. dan Selden, John. 2007. *Teaching Proving by Coordinating Aspects of Proofs with Students' Abilities*. [https://math.tntech.edu/techreports/TR\\_2007\\_2.pdf](https://math.tntech.edu/techreports/TR_2007_2.pdf) (diunduh 21 September 2014).



*Pengelola Jurnal*

**Hilyah Ashoumi**

*Universitas KH. A. Wahab Hasbullah Jombang*

*Jl. Garuda No. 9 Tambakberas Jombang Jawa*

*Timur 61451*

*Email : [jurnal@unwaha.ac.id](mailto:jurnal@unwaha.ac.id)*